

**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

**2025/2026. 4. feladatsor
5.-6. évfolyam**

Természetes számok, prímszámok

A természetes számok a matematika egyik legősibb és legegyszerűbb fogalomkörét alkotják, mégis rengeteg izgalmas tulajdonságot rejtene. Ezek azok a számok, amelyeket mindennap használunk a számoláshoz, méréshez és rendezéshez. A természetes számok világán belül különleges szerepet töltenek be a prímszámok, amelyek a számelmélet alapkövei. Bár egyszerűnek tűnnek, a prímszámok viselkedése sokszor meglepő és mély matematikai kérdésekhez vezet. A következő feladatok célja, hogy közelebb vigyenek ehhez a különleges számvilághoz. A feladatok megoldása során felfedezheted a természetes számok szerkezetét és a prímszámok sajátos mintázatait. Érdemes figyelmesen dolgozni, mert a legegyszerűbb kérdések is rejthetnek váratlan felismeréseket. Remélem, hogy a feladatsor nemcsak gyakorlást, hanem élményt is nyújt majd. Induljon hát az utazás a számok birodalmába.

Definíciók:

Természetes számoknak a pozitív egészet és a nullát nevezzük.

Prímszámoknak azokat a természetes számokat nevezzük, amelyeknek pontosan két különböző osztójuk van, az 1 és önmaguk.

Mintapéldák

- 1.) Tíz számkártyára felírtuk az összes egyjegyű természetes számot, majd lefelé fordítottuk az asztalon és összekevertük. Ezután kihúztuk a lapok felét. A kihúzott kártyákon levő számok szorzata 210. Mennyi a még lefordított kártyákon lévő számok összege?

Megoldás:

A szorzatot következő prímszámok szorzatára lehet bontani: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$, ezért ezt a négy számot és még az 1 -et húztuk ki. Az asztalon maradt számok összege pedig: $0 + 4 + 6 + 8 + 9 = 27$.

2.) Hány számjegyet kell leírni egy 100 lapból álló könyv oldalainak megszámozásához?

Megoldás:

A 100 lapból álló könyv 200 oldalas. Az oldalak számozásához egy-, két- és háromjegyű számokat használunk fel. A 9 db egyjegyű szám felhasználása után, a 90 db kétjegyű számot, ez után pedig a maradék 101 oldal számozásához háromjegyű számokat használunk fel. Az egyjegyű számokhoz $1 \cdot 9 = 9$, a kétjegyű számokhoz $90 \cdot 2 = 180$, a háromjegyűekhez pedig $101 \cdot 3 = 303$ számjegyet. Ez összesen $9 + 180 + 303 = \mathbf{492}$ **darab számjegy**.

3.) Van-e olyan háromjegyű prímszám, melynek számjegyeit összeszorozva 10-et kapunk?

Megoldás:

Három természetes szám szorzata csak úgy lehet 10, ha a három szám az 1; 2 és az 5. A keresett szám nem végződhet sem 2-re, sem 5-re, mert akkor biztosan többszöröse 2-nek, illetve 5-nek, ezért nem prím. **A 251 és az 521 teljesíti a feladat feltételeit.** (Mindkettő prímszám is, amit le kell ellenőriznünk.)

4.) Hány nullára végződik az első 25 pozitív egész szám szorzata?

Megoldás:

Ha tényleg összeszoroznánk a 25 számot az nagyon sokáig tartana. Tudjuk azonban, hogy azok a számok, amelyek 0-ra végződnek 10-zel oszthatóak, amelyek pedig két nullára, azok 100-zal, ami $10 \cdot 10$, és így tovább. A 10-zel osztható számokban pedig megvan a 2 és az 5 is. Ezért most csak azt kell megszámolnunk, hogy hányszor van meg a kettes és az ötös a számainkban. Sőt észrevehetjük azt is, hogy „sokkal több” a kettest tartalmazó páros szám, mint az 5-tel osztható, így elég csak az utóbbiakat megszámolnunk. Ezek mindegyikéhez találunk ugyanis kettest, amivel megszorozva 10-zel oszthatóvá válik, így mindegyik egy-egy nullát fog jelenteni a szorzat végén.

Az 5-öst tartalmazó számokból öt darab van, 5; 10; 15; 20; 25. Ezek mindegyikét tudjuk párossal szorozni, ami így 10-zel osztható lesz. Tehát 5 db nullát várnánk a szorzat végére. Igen ám, de ha tényleg kiszámoljuk, akkor 6 db 0-t találunk. Mi lehet ennek az oka? Az hogy az utolsó számunk nem, egy, hanem két darab 5-ös osztót tartalmaz, így páros számmal való szorzata nem 1, hanem két nullára végződik! (pl $25 \cdot 8 = 200$.)

A számok szorzata tehát 6 darab 0-ra végződik.

Gyakorló feladatok

- 1.) Található-e három egymást követő természetes szám, amelynek összege 2025?
- 2.) Mennyi a legtöbb oldal, amit meg lehet számozni egy könyvben úgy, hogy ehhez a 2-es számjegyből 14 db-ot, a többi számjegyből pedig tetszőleges számút használhatunk fel? (A számozást 1-gyel kezdjük, s az oldalakat folyamatosan egyesével számozzuk.)
- 3.) Három testvér közül a legidősebb 14 évvel idősebb a legfiatalabbnál, a középső pedig 4 évvel fiatalabb a legidősebbnél. Mindhárman életkora prímszám. Hány évesek?
- 4.) Hány nullára végződik az első 100 pozitív egész szám szorzata?

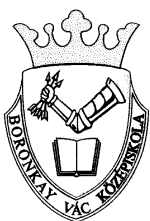
Kitűzött feladatok

- 1.) Egy könyv oldalainak számozását az 5-ös számjeggyel kezdték és 156-tal fejezték be. Hány számjegyet használtak fel a számozás közben?
- 2.) Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek szorzata megegyezik a két szélső számjegy szorzatával?
- 3.) Egy papírlapra felírtunk 5 pozitív egész számot. Ezután minden lehetséges módon kiválasztottunk közülük kettőt, és összeszoroztuk a kiválasztott két számot. A szorzatok között 3 páratlan szám volt. Hány páros számot írtunk le?
- 4.) A 6. a osztály az iskolai kiránduláson számháborúra hívta ki a 6. b osztályt. Sanyi a számháborúra készülve olyan négyjegyű számot választott magának, amelyben
 - minden számjegy különböző prímszám,
 - az első számjegy a legnagyobb,
 - az első és a második számjegy különbsége éppen a harmadik számjegy, amely nem a legkisebb prímszám. Melyik négyjegyű számot választotta Sanyi?

Beküldési határidő: **2026.03.07.**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Cs. Nagy András



**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

2025/2026. 4. feladatsor

7.-8. évfolyam

Statisztikai adatok: titkok a számok mögött

A statisztikai adatok feldolgozása lehetővé teszi, hogy a számok mögött rejlő összefüggéseket és kapcsolatokat felismerjük. Amikor egy adatsokaságot vizsgálunk, nem elég pusztán a számokat nézni: fontos látni, milyen az értékek eloszlása, melyek a gyakran előforduló értékek, és hol találhatók a kirívó adatok. Ilyenkor az elemzéshez többféle statisztikai adatot használunk. Az átlag megmutatja, hogy az értékek körülbelül milyen nagyságrendet képviselnek, a medián a középső értéket emeli ki, így a szélsőségek kevésbé torzítanak, míg a módusz azt az értéket jelzi, amely a legtöbbször fordul elő. A terjedelem a legkisebb és legnagyobb érték közötti különbséget mutatja, a szórás pedig pontosabban méri az adatok szóródását az átlag körül.

Az adatsokaság különböző jellemzői nem csupán az elméleti számításokban játszanak szerepet, hanem a gyakorlatban is sokszor szolgáltatnak jelentős információkat. Segítenek például összehasonlítani iskolai vagy versenyeredményeket, felmérni kísérletek vagy felmérések eredményeit, és előre jelezni különböző trendeket. Megmutatják, hogy egy adatsokaság mennyire egységes, mely értékek a tipikusak, és hol vannak kirívó esetek, amelyek befolyásolhatják az összképet. Ha tudjuk, hogyan használjuk ezeket az eszközöket, a számok mögött rejlő információ könnyen értelmezhető, és a statisztika valódi segítséget nyújt a következtetések levonásában, a döntések meghozatalában és a különböző sokaságok összehasonlításában.

Mintapéldák

- 1.) Józsi bácsinak a farmján juhok és kecskék vannak. Az állatok átlagos tömege 58 kg. A legsúlyosabb 15 állat tömegének átlaga 65 kg, a többi állaté pedig 55 kg. Hány juh, illetve kecske van a farmon, ha a juhok száma 16-tal több a kecskék számánál?

Megoldás:

Az összes állat számát jelöljük x -szel. A 15 legsúlyosabb állat tömegének átlaga 65 kg, tehát ezek tömegének összege $15 \cdot 65 = 975$ kg. A többi állat száma $x - 15$, valamint a tömegének átlaga 55 kg, ezért ezek tömegének összege $55 \cdot (x - 15)$. Az összes állat tömegének összege $58 \cdot x$, ezért felírhatjuk az $55 \cdot (x - 15) + 975 = 58x$ egyenletet. Az egyenlet megoldása után $x = 50$, tehát összesen 50 állat van a farmon. Mivel a juhok száma 16-tal több a kecskék számánál, ezért a kecskék száma $(50 - 16) : 2 = 17$, míg a juhok száma $17 + 16 = 33$.
Tehát 17 kecske és 33 juh van a farmon.

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

- 2.) Pista bácsi eladott ötven tehenet. A tehenek felét Kérődzéslakon adta el, itt egy állatért 800 tallért kapott. A teljes állomány kétötödét Kecskéváron a vásárban értékesítette, itt akciós ajánlatot hirdetett és a tehenek darabját 600 talléros áron adta el. A többi tehenet a fősvény komája vásárolta meg és egy állatért csak 500 tallért fizetett. Átlagosan milyen áron tudott értékesíteni egy tehenet? Számítsuk ki minden esetben, hogy mennyivel kapott többet, illetve kevesebbet ahhoz az összeghez képest, amelyet a tehenek átlagos árából kiindulva kapott volna?

Megoldás:

Kérődzéslakon 25 tehenet adott el és ezekért $25 \cdot 800 = 20000$ tallért kapott. Kecskéváron a teljes állomány kétötödét adta el, vagyis $50 : 5 \cdot 2 = 20$ állatot, így itt a bevétele $20 \cdot 600 = 12000$ tallér volt. A fősvény koma a megmaradt 5 tehenért $5 \cdot 500 = 2500$ tallért fizetett. Így Pista bácsi teljes bevétele az 50 tehen eladásából $20000 + 12000 + 2500 = 34500$ tallér volt. Tehát egy tehen átlagos ára $34500 : 50 = 690$ tallér volt.

Kérődzéslakon $25 \cdot 690 = 17250$ tallért kapott volna, ha a teheneket átlagos áron adta volna el. Ennél viszont $20000 - 17250 = 2750$ tallérral többet kapott.

Kecskéváron a bevétele $20 \cdot 690 = 13800$ lett volna, ennél viszont $13800 - 12000 = 1800$ tallérral kevesebbet kapott.

A fősvény koma átlagos áron $5 \cdot 690 = 3450$ tallért fizetett volna, viszont ennél $3450 - 2500 = 950$ tallérral kevesebbet fizetett.

- 3.) Egy osztályban a matematika dolgozatok átlaga 3,25, a jegyek összege 78 volt. Tudjuk, hogy senki sem írt elégtelen dolgozatot. Legfeljebb hány jeles dolgozat lehetett?

Megoldás:

Az átlagot úgy kapjuk meg, hogy az összeget elosztjuk a létszámmal, ezért visszafelé gondolkodva az osztály létszáma $78 : 3,25 = 24$ fő. Keressük a jelesek (5-ösök) maximális számát. Ahhoz, hogy a lehető legtöbb 5-ös legyen, a többi jegynek a lehető legkisebbnek kell lennie, hogy ne lépjük túl a 78-as összeget. Mivel senki sem írt elégtelent (1-es), a legkisebb lehetséges jegy a 2-es. Jelöljük a jelesek számát x -szel, a 2-esek számát pedig $24 - x$ -szel (feltételezve, hogy csak 5-ösök és 2-esek vannak). A jegyek összegéből kiindulva felírhatjuk a $5x + 2 \cdot (24 - x) = 78$ egyenletet. Ezt megoldva adódik, hogy $x = 10$, **vagyis legfeljebb 10 jeles osztályzat lehetett.**

- 4.) Egy család nyaralás céljából európai körútra indult. Feljegyezték és táblázatba foglalták a naponta megtett távolságokat és az elfogyasztott üzemanyagot.

	Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek	Szombat
Megtett út (km)	350	250	200	300	250	150
Üzemanyag (liter)	25	22	20	26	15	12

Mennyi volt a hat napon a 100 km-re eső átlagos fogyasztás? Mennyiben tér el a napi átlagok átlaga hat nap átlagától?

Megoldás:

Az elfogyasztott üzemanyag $25 + 22 + 20 + 26 + 15 + 12 = 120$ liter, a megtett távolság pedig $350 + 240 + 220 + 300 + 240 + 150 = 1500$ km. Vagyis 1500 km távolság megtételéhez 120 liter üzemanyagra volt szükség. Mivel a 100 km az 1500 km-nek az $\frac{1}{15}$ része,

ezért a 100 km-re eső átlagfogyasztás 120:15 = 8 liter üzemanyagot jelent.

Hétfőn a megtett út 350 km, amely a 100 km-nek a 3,5-szerese. Tehát a 100 km-re eső üzemanyag fogyasztás $25:3,5 \approx 7,14$ liter.

Hasonlóan járunk el a többi nap esetében is. Így adódik, hogy a 100 km-re eső átlagos fogyasztás kedden $22:2,5 = 8,8$ liter, szerdán $20:2 = 10$ liter, csütörtökön $26:3 \approx 8,67$ liter, pénteken $15:2,5 = 6$ liter, szombaton $12:1,5 = 8$ liter. **Így a napi átlagok átlaga $(7,14 + 8,8 + 10 + 8,67 + 6 + 8):6 \approx 8,102$ liter.** Fontos megjegyezni, hogy az eltérés nem a kerekítésekből adódik, hanem abból, hogy a naponta megtett útszakaszok különbözőek. Így a napi átlagok súlyozása is különböző kell, hogy legyen a helyes 100 km-re eső átlagos fogyasztás megállapításához.

Gyakorló feladatok

- 1.) A pedagógusoknak nagyon sok szabad idejük van és unatkoznak (legalábbis a közhiedelem szerint). Ezért szabad idejüket azzal töltik, hogy 100 elhaladó autót megnézve felírják, hogy minden egyes esetben hány fő utazik az adott gépjárműben. Legalább hányszor kell az egyes számot felírniuk, hogy a létrejövő minta egyetlen módusza biztosan 1 legyen?
- 2.) Egy iskolában a végzős évfolyam 176 diákból áll. Az évfolyam matematika próbaérettségit írt, a jegyek átlaga 3,5 lett. Tudjuk, hogy 45-en kaptak ötöst, 53-an négyest és 16-an egyest. Hányan kaptak hármast és hányan kaptak kettest az évfolyamon?
- 3.) A Nemsokatfutunk FC kezdőcsapatában a 11 játékos átlagéletkora 19 év. A bővített keretben (a kezdőcsapat tagjai és a cserejátékosok) 16 játékos van, ezek átlagéletkora 24 év. Hány év a cserecsapat játékosainak átlagéletkora?
- 4.) Írjunk fel 16 számot úgy, hogy csak az 1, 2, 3, 4, 5 számok szerepeljenek, továbbá a számok átlaga 3,25, mediánja 3, módusza 3 legyen!

Kitűzött feladatok

- 1.) Anna három dolgozatot írt eddig a félévben. Az első 44 %-os, a második 64 %-os, a harmadik pedig 58 %-os lett. Legalább hány pontos dolgozatot kell írnia negyedikre, hogy átlagban teljesítse a 60 %-ot, ha az első és a harmadik dolgozat 150, a második és negyedik dolgozat pedig 125 pontos?
- 2.) Aligisznakfalván a falu kocsmárosa november hónapban számításokat végzett az eladott pálinka mennyiségével kapcsolatban. Számításaiból kiderült, hogy a hónap első 20 napján átlagosan naponta 18 liter pálinka fogyott el. Mennyi volt a hátralévő napok átlagos napi fogyasztása, ha a teljes hónapban a napi átlagfogyasztás 21 liter volt?
- 3.) Pista bácsi teljes baromfi állományának $\frac{2}{9}$ része liba, $\frac{3}{8}$ része kacsa, $\frac{5}{72}$ része pulyka, ezen kívül pedig még van 24 tyúkja is. Egy napon, a baromfiudvaron állva így morfondírozik: „Ha eladnám a teljes állományt, akkor átlagosan egy baromfiért 5200 forintot kapnék. Ha viszont csak a libákat, kacsákat és tyúkokat adnám el, akkor egy baromfi átlagosan 4800 forintos árban kelne el.” Hány forintért szándékozott Pista bácsi eladni egy pulykát?
- 4.) Matekottudom és Számolástvétek településeken összesen 216-an érettségiztek. Számolástvéteken az érettségizők száma 36-tal több volt, mint a Matekottudom településen érettségizők kétszerese. A 216 tanuló érettségi átlaga 65 pont, míg Számolástvétek településen az érettségi átlag 70 pont volt. Mennyi volt az érettségi átlag Matekottudom településen?

Beküldési határidő: **2026.03.07.**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt