

**Váci SZC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

2025/2026.

DÖNTŐ

5. OSZTÁLY

- 1) A nagypapa kertjében négyféle gyümölcs termett: mangó, papaja, licsi és gránátalma. A látogatóba érkező unokák mind kaptak egy kis tálkát, és mindenki pontosan két különböző gyümölcsöt választhatott bele. Minden lehetséges gyümölcs párt pontosan egyszer választották ki a gyerekek. A végére az összes gyümölcs elfogyott.
- a) Hányféle gyümölcs párt lehetett választani?
 - b) Hány unoka volt a kertben?
 - c) Hány darab gyümölcs volt eredetileg?

Megoldás:

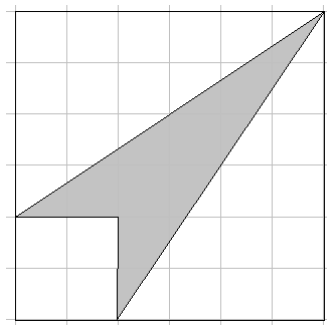
- a) A négyfajta gyümölcsből **6-féle párt lehet kiválasztani.** (mangó-papaja; mangó-licsi; mangó-gránátalma; papaja-licsi; papaja-gránátalma; licsi-gránátalma)
 - b) **6 unoka volt a kertben.**
 - c) **Összesen 12 darab gyümölcs volt eredetileg.**
- 2) Sárkányölő Szent György 3 napig küzdött a sárkánnyal, mire levágta mindegyik fejét. Az első napon levágta a fejek felét. Második reggelre 3 fej újranőtt, így aznap a fejek kétharmadát vágta le. Harmadik napra újra kinőtt három fej, így 7 fejet kellett levágnia, hogy elpusztuljon a gonosz pára. Hány feje volt eredetileg a sárkánynak?

Megoldás:

Gondolkodjunk visszafelé.

A második nap este $7-3 = 4$ feje maradt a sárkánynak. Ez a harmada volt a második nap reggelének, hiszen a kétharmadát aznap levágta György, így a második nap reggel 12 feje volt a sárkánynak. Első nap este viszont ennél hárommal kevesebb, azaz 9 feje volt. Ez pedig a fele az eredetinek. **Így a sárkánynak 18 feje volt eredetileg.**

- 3) Egy 6x6-os négyzetrácson összekötöttünk néhány rácspontot az alábbi ábrának megfelelően és besatíroztuk a középső négyszöget. Mekkora lesz a területe, ha a 6x6-os négyzet területe 72 egység?



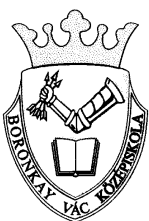
Megoldás:

A két derékszögű háromszöget összeforgatva egy 6x4-es téglalapot kapunk. Ez 24 négyzetrácsból áll. A kis négyzet pedig 4-ből. Összesen 28 négyzetrácsot nem satíroztunk be, ezért $36 - 24 = 8$ - at satíroztunk. Mivel egy négyzetrács területe 2 egység, így **a satírozott terület 16 egység.**

- 4) Hány nullára végződik az első 25 kétjegyű szám szorzata?

Megoldás:

Az első 25 kétjegyű szám közül a legkisebb a 10, a legnagyobb a 34. Egy szám annyi darab nullára végződik, ahányszor osztható 10-zel. 10-zel pedig akkor osztható egy szám, ha 2-vel és 5-tel is osztható. Mivel a kétjegyű számok közül minden második páros, ezért bennük biztosan van egy 2-es prímtényező. Az 5-tel oszthatóak kevesebben vannak, így elég őket megszámlálni: 10; 15; 20; 25; 30. Ezek közül a 25-ben kétszer is megvan az 5-ös prímtényező, ezért a szorzatban 6-szor lesz benne. Így 6 darab 10-es szorzótényezőt tudunk összeállítani, ezért **6 db 0-ra fog végződni a szorzat.**



**Váci SZC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

2025/2026.

DÖNTŐ

6. OSZTÁLY

- 1) A kisboltban ötféle csokit lehetett kapni. Milka, Boci, Tibi, Lindt és Toblerone márkákat. Mari néni unokái sorban jöttek, és pontosan két különböző márkájút kérhetett mindegyikőjük. Úgy választottak, hogy minden lehetséges csokipárt pontosan egyszer kérték. A végére az összes csoki elfogyott.
- Hányféleképpen választhatták ki a gyerekek a csokipárokat?
 - Hány unokája van Mari nélinek?
 - Hány darab csoki volt összesen eredetileg a kisboltban ezekből a márkákból?

Megoldás:

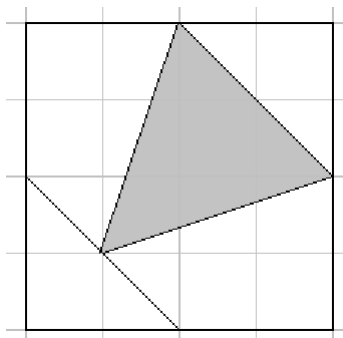
- A négyfajta csokiból 10-féle párt lehet kiválasztani.** (M-B; M-Ti; M-L; M-To; B-Ti; B-L; B-To; Ti-L; Ti-To; L-To)
 - 10 unokája van Mari nélinek.**
 - Összesen 20 darab csoki volt eredetileg.**
- 2) Hófehérkét elküldték a törpék a piacra, hogy eladja a pekingi törpetyúkjaik összegyűlt tojásait. Az első vevőnek eladta a tojások felét és még egy fél tojást. A második vevőnek eladta a maradék felét és még egy fél tojást. A harmadik vevőnek pedig a maradék tojások felét adta el plusz még egy fél tojást. Egész nap egyetlen tojás sem tört el, csak este, amikor a megmaradt hét tojásból rántottát sütött a 7 törpének. Hány tojással indult a piacra Hófehérke?

Megoldás:

Gondolkodjunk visszafelé.

Az utolsó vevő után 7 tojás maradt. Tehát a 7 és fél tojás kétszerese volt előtte, ami 15 tojás. A második vevő előtt 15 és fél tojás kétszerese volt, ami 31 tojás. A harmadik vevő előtt 31 és fél tojás kétszerese volt, ami 63 tojás. **Így 63 tojással indult Hófehérke a piacra.**

- 3) Egy 4x4-es négyzetrácson összekötöttünk néhány rácspontot az alábbi ábrának megfelelően és besatíroztuk a középső háromszöget. Mekkora lesz a területe, ha a 4x4-es négyzet területe 32 egység?



Megoldás:

Jelöljük az alábbi módon a részeket.

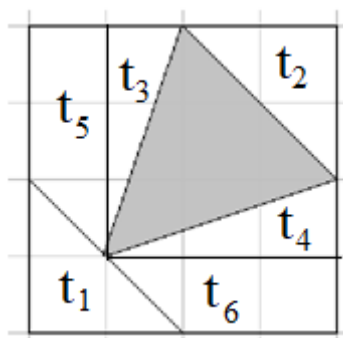
A t_1 és t_2 részekből egy 2×2 – es négyzet jön létre, aminek 4 négyzetrács a területe.

A t_3 és t_4 részekből egy 1×3 – as téglalap jön létre, aminek 3 négyzetrács a területe.

A t_5 és t_6 részekből egy 1×3 – as téglalap jön létre, aminek 5 négyzetrács a területe.

Ez összesen 12 négyzetrács, ezért a satírozott terület $16 - 12 = 4$ négyzetrács.

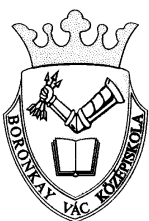
Mivel egy négyzetrács területe 2 egység, **így a satírozott terület 8 egység.**



- 4) Hány nullára végződik a kétjegyű számok szorzata?

Megoldás:

A kétjegyű számok közül a legkisebb a 10, a legnagyobb a 99. Egy szám annyi darab nullára végződik, ahányszor osztható 10-zel. 10-zel pedig akkor osztható egy szám, ha 2-vel és 5-tel is osztható. Mivel a kétjegyű számok közül minden második páros, ezért bennük biztosan van egy 2-es prímtényező. Az 5-tel oszthatóak kevesebben vannak, így elég őket megszámlálni: 10; 15; 20; ... 95. Ez 18 darab szám. Ezek közül a 25-ben, az 50-ben és a 75-ben kétszer is megvan az 5-ös prímtényező, ezért a szorzatban 21-szer lesz benne. Így 21 darab 10-es szorzótényezőt tudunk összeállítani, **ezért 21 db 0-ra fog végződni a szorzat.**



**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

2025/2026.

DÖNTŐ

7. OSZTÁLY

- 1) Kezdetben egy liter benzin 600 forintba került, majd az árát megemelték 25 %-kal. A következő héten hány százalékos árcsökkenést kell végrehajtani ahhoz, hogy ezt követően újra a kezdeti 600 forintos áron árulják a benzint?

Megoldás:

A 20 %-os áremelés után a benzin ára $600 \cdot 1,25 = 750$ forint. Az árkülönbség $750 - 600 = 150$ forint, amely az aktuális árhoz viszonyítva $150:750 \cdot 100 = 20\%$ -ot jelent.

Tehát 20%-os csökkenés szükséges ahhoz, hogy az ár ismét 600 forint legyen.

- 2) A Puskázászlaki általános iskolában a 8. évfolyamon 40 tanuló jár. Közülük a legjobb öt tanuló átlaga 4,80. Továbbá az évfolyam átlaga 4,45. Mennyi az átlaga az évfolyamon tanuló másik 35 tanulónak?

Megoldás:

Az évfolyam 40 tanulójának átlaga 4,45, tehát a 40 tanuló jegyeinek összege $40 \cdot 4,45 = 178$.

A legjobb 5 tanuló jegyeinek összege $5 \cdot 4,80 = 24$. Tehát a maradék 35 tanuló jegyeinek összege $178 - 24 = 154$, és ezeknek a tanulóknak az átlaga $154:35 = 4,40$.

- 3) Csodakert fáján 25 banán és 30 narancs van. Minden alkalommal két gyümölcsöt veszünk le. Ha egyformákat veszünk le, akkor egy narancs nő helyettük; ha különbözőket veszünk le, akkor egy banán. Utolsónak milyen gyümölcs marad?

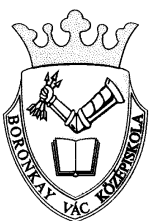
Megoldás:

Könnyen észrevehető, hogy a fán lévő páratlan számú banánmennyiség invariáns. Tehát akárhogy is szakítunk le egy-egy alkalommal két gyümölcsöt, a fán mindig páratlan számú banán marad. Ezt könnyű belátni, hiszen, ha két banánt szakítunk le, helyette narancs terem és így a banánok száma kettővel csökken. Ha két narancsot szakítunk le, akkor a banánok páratlan száma változatlan marad. Amennyiben egy banánt és egy narancsot szakítunk le, akkor helyettük egy banán terem, tehát a banánok száma ismét változatlan marad. Így a banánok száma bármelyik esetben páratlan marad, **tehát az utolsónak maradó gyümölcs egy banán lesz.**

- 4) Egy sorozat első tagja 5. A sorozat minden további tagját úgy kapjuk meg, hogy az előző tagot megkétszerezzük, majd leírjuk az így kapott szám 3-mal való osztási maradékát.
- a) Adjuk meg ennek a sorozatnak az első 10 tagját!
 - b) Határozzuk meg a sorozat 68. tagját!
 - c) Számítsuk ki a sorozat első 56 tagjának összegét!

Megoldás:

- a) **A sorozat első 10 tagja: 5; 1; 2; 1; 2; 1; 2; 1; 2; 1.**
- b) A sorozat első tagja 5, utána pedig az 1 és 2 számok szakaszosan ismétlődnek. Könnyen belátható, hogy (a második tagtól kezdődően) a sorozat minden páros sorszámú tagja 1, míg a páratlan sorszámú tagja 2. **Tehát a sorozat 68. tagja 1.**
- c) A sorozat első 56 tagja egy darab 5-öst, 27 darab 2-est és 28 darab 1-est tartalmaz. **Tehát a sorozat első 56 tagjának összege: $5 + 27 \cdot 2 + 28 \cdot 1 = 87$.**



**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

2025/2026.

DÖNTŐ

8. OSZTÁLY

- 1) Józsi bácsi a vásárban a 8000 pengőt érő kecskéjének az árát 20 %-kal megemelte. Majd gondolt egyet és az árát még egyszer emelte, így a kecske végső ára 12000 pengő lett. Hány százalékos volt a második áremelés?

Megoldás:

Az első áremelés után a kecske ára $8000 \cdot 1,20 = 9600$ pengő. A kecske végső ára 12000 pengő, ez pedig a 9600 pengőnek a $12000:9600 \cdot 100 = 125$ %-a. **Tehát a második áremelés $125 - 100 = 25$ %-os volt.**

- 2) Pista bácsi 15 fehér, 25 tarka és 10 fekete malacot vásárolt. Utána egyesével megmérte őket és a következőket állapította meg. A fehér malacok súlyának átlaga másfélszerese a fekete malacokénak, a tarka malacok súlyának átlaga pedig 60 kg. Továbbá azt is megállapította, hogy a teljes állományt tekintve a malacok súlyának átlaga 62,5 kg. Mennyi volt a fekete malacok súlyának átlaga?

Megoldás:

A teljes állomány súlyának összege $50 \cdot 62,5 = 3125$. Jelöljük x -szel a fekete malacok súlyának átlagát. A fehér, tarka, illetve fekete malacok súlyának összege ebben a sorrendben $15 \cdot 1,5x = 22,5x$, $25 \cdot 60 = 1500$, illetve $10x$. A $22,5x + 1500 + 10x = 3125$ egyenletet felírva és megoldva $x = 50$ adódik, **tehát a fekete malacok súlyának átlaga 50 kg.**

- 3) Egy gyereknek 15 piros és 22 zöld ceruzája van. Minden nap elveszít két ceruzát. Ha egy nap két ugyanolyan színű ceruzát veszít el, akkor egy zöld ceruzát, ha pedig két különböző színűt veszít el, akkor egy piros ceruzát vásárol. Milyen színű lesz az utolsó megmaradt ceruzája?

Megoldás:

Kezdetben 15 darab, vagyis páratlan számú piros ceruzája volt a gyereknek. Ha két ugyanolyan színű ceruzát veszít el és vesz egy zöldet, akkor a piros ceruzák száma vagy nem változik, vagy kettővel csökken, tehát páratlan számú piros ceruzája marad. Ha viszont két különböző színű ceruzát veszít el, és vesz egy piros ceruzát, akkor a piros ceruzák száma nem változik, ezért így is páratlan számú piros ceruzája marad. Tehát a piros ceruzák száma mindig páratlan lesz. Ezzel megtaláltuk az invariáns mennyiséget, ami nem más, mint a piros ceruzák

paritása. Tehát a piros ceruzák paritása nem változik, így utoljára egy piros és egy zöld ceruzát veszít el, és **vesz egy piros ceruzát, ami megmarad.**

- 4) Egy sorozat első tagja 8. A sorozat minden további tagját úgy kapjuk meg, hogy az előző tagot megkétszerezük, majd leírjuk az így kapott szám 5-tel való osztási maradékát.
- a) Adjuk meg ennek a sorozatnak az első 10 tagját!
 - b) Határozzuk meg a sorozat 107. tagját!
 - c) Számítsuk ki a sorozat első 78 tagjának összegét!

Megoldás:

- a) **A sorozat első 10 tagja: 8; 1; 2; 4; 3; 1; 2; 4; 3; 1.**
- b) A sorozat első tagja 8, utána pedig az 1, 2, 4 és 3 számok szakaszosan ismétlődnek. Könnyen belátható, hogy a 8-as számon kívül a sorozat első 107 tagja között 26 olyan szakasz szerepel, amely az 1, 2, 4 és 3 számokat tartalmazza. **A sorozat 107. tagja a 27. ilyen szakasznak a második eleme, amely 2-vel egyenlő.**
- c) A sorozat első 78 tagja tartalmazza a 8-as számot, 19 olyan szakaszt, amely az 1, 2, 4 és 3 számokból áll, valamint az 1-es számot (amely a sorozat 78. tagját képezi). **Összegezve, a sorozat első 78 tagjának összege: $8 + 19 \cdot 10 + 1 = 199$.**