

**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

**2025/2026. 2. feladatsor
5.-6. évfolyam**

Területszámítás

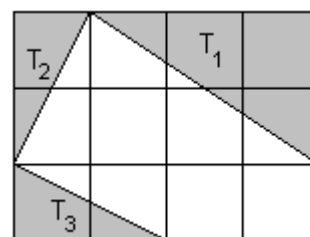
A matematika egyik alapvető területe a mértan, amelynek központi fogalma a terület. A területszámítás segítségével meghatározhatjuk különböző síkidomok nagyságát, összehasonlíthatjuk azok részeit, és gyakorlati problémákat oldhatunk meg. A mindennapi életben is gyakran találkozunk ilyen feladatokkal: telek nagyságának kiszámítása, burkolandó felület meghatározása vagy akár egy rajzlap beosztása. A következő mintapéldák célja, hogy bemutassák, hogyan lehet egyszerű geometriai alakzatokból kiindulva arányokat, részeket és összefüggéseket vizsgálni. A feladatok során négyzetek, téglalapok és háromszögek területével dolgozunk, valamint megtanuljuk, hogyan lehet a részeket az egészhez viszonyítani.

Ezek a feladatok nemcsak a területszámítás alapjait gyakoroltatják, hanem fejlesztik a logikus gondolkodást, az arányérzéklet és a geometriai összefüggések felismerését. A példák megoldása során világossá válik, hogy a terület fogalma mennyire szorosan kapcsolódik a mindennapi problémákhoz, és hogy a matematika eszközei milyen hatékonyan segítenek ezek megértésében.

Mintapéldák

1.) Egy téglalap alakú telekből az ábrán látható módon a sátirozással jelölt területet elvették.

- Hányad részét vették el a telek területének?
- Mekkora volt az egész terület, ha a megmaradt ötszög alakú rész területe 63 m^2 .



Megoldás:

- Az egész terület 12 kis négyzet, azaz 12 te (területegység).
A T_1 6 területegység fele, azaz 3 te. A T_2 és T_3 terület 1-1 te (mindkettő 2 te fele). A levágott rész tehát $(3 + 1 + 1) \text{ te} = 5 \text{ te}$.
Így az egész terület $5/12$ -ed részét vették el.
- Az ötszög alakú rész az egész terület $7/12$ -e, ami 63 m^2 . Ebből $1/12$ -ed rész $63 : 7 = 9 \text{ m}^2$, az $5/12$ -ed rész $5 \cdot 9 = 45 \text{ m}^2$.

- 2.) A pontok a négyzet oldalait 3-3 egyenlő részre osztják. Hányad része a satírozott háromszög területe a négyzet területének?

Megoldás:

Az egész terület 9 kis négyzet területegység.

A T_1 terület felbontható egy téglalapra és egy háromszögre. A téglalap területe 3 te, a háromszögé ennek a fele (1,5 te). A T_1 ennek a kettőnek az összege: 4,5 te.

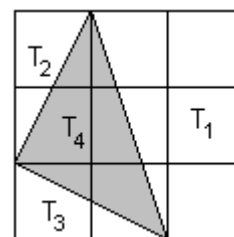
A T_2 és T_3 egyenlő területű, együtt 2 te nagyságúak.

A $T_1 + T_2 + T_3 = 4,5 \text{ te} + 2 \text{ te} = 6,5 \text{ te}$.

A vonalkázott rész (T_4). $T_4 = 9 - 6,5 = 2,5 \text{ te}$.

0,5 te az egész terület tizennyolcad része, akkor 2,5 te 5/18-ad rész.

(2 egész te az 4/18-ad résznek felel meg; 1 fél te pedig 1/18-adnak.)



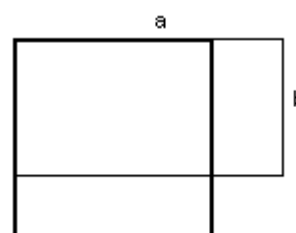
- 3.) Egy téglalap hosszabb oldalát 1 cm-rel csökkentjük, a rövidebb oldalát 1 cm-rel növeljük, akkor egy olyan négyzetet kapunk, melynek területe 9 cm^2 . Mekkora a téglalap területe?

Megoldás:

A négyzet területe 9 cm^2 , az oldala 3 cm, mert $3 \cdot 3 = 9$.

A téglalap oldalai: $a = 3 + 1 = 4 \text{ cm}$; $b = 3 - 1 = 2 \text{ cm}$.

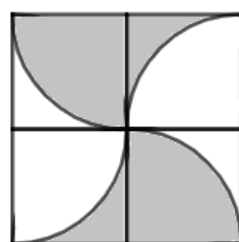
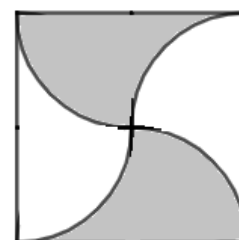
A téglalap területe: $T = 4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$.



- 4.) Az ábrán egy négyzetet és 4 olyan negyedkörív látható, amelyeknek középpontjai a nagy négyzet oldalainak felezőpontjai. Hányad része a satírozott rész területe az egésznek?

Megoldás:

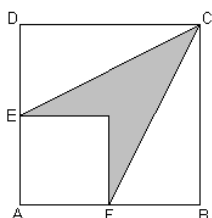
Jól látható, hogyha behúzzuk a négyzet középvonalait, akkor minden szürkített résznek lesz egy nem satírozott párja, így a satírozott rész területe fele az egésznek.



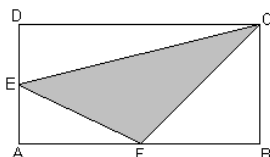
Gyakorló feladatok

- 1.) A satírozott rész hányadrésze a négyzet területének? (Az oldalakon felezőpontokat vettünk fel.)
- 2.) Az ABCD téglalap AD oldalának a felezőpontja E, az AB oldal felezőpontja F. Az EFC háromszög területe 12 területegység. Hány területegység a téglalap területe?

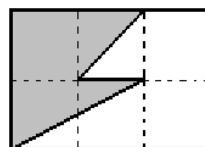
- 3.) Az ábrán egy ötszög és egy hatszög látható, ezek csúcspontjai egy négyzetháló rácspontjain vannak. Az ötszög területe 75 m^2 . Határozd meg a hatszög területét!
- 4.) Az ábrán egy négyzet és 2 olyan negyedkörív látható, amelyeknek középpontja a nagy négyzet két alsó csúcsa, illetve egy félkörív, amelynek középpontja a négyzet középpontja. Hányad része a satírozott rész területe az egésznek?



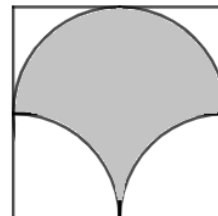
1. feladat



2. feladat



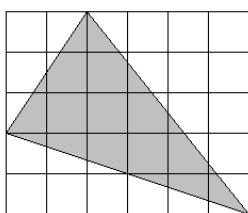
3. feladat



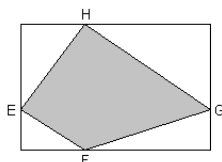
4. feladat

Kitűzött feladatok

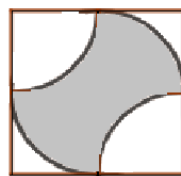
- 1.) A kis négyzetek területe 1 egység. Mennyi a bevonalkázott háromszög területe?
- 2.) Dani édesanyja egy tepsi süteményt sütött. A tepsi 24 cm széles és 36 cm hosszú. Dani és három barátja az ábrán látható módon dézsmálta meg a süteményt. Az EFGH négyszög alakú rész maradt meg. (Az EFGH az adott oldalak harmadoló pontja.) Mekkora a megmaradt sütemény területe?
- 3.) Az ábrán egy négyzet látható és négy olyan negyedkörív, amelyek közül kettőnek a középpontja a négyzet középpontja, kettőnek pedig a négyzet két csúcsa. Hány cm^2 a satírozott rész területe, ha a négyzet oldala 8 cm?
- 4.) A Gedeon család hétvégi telkének alaprajza az ábrán látható ABCD téglalap. Az E, F, G pontok a téglalap oldalainak felezőpontjai. H az AB oldal, K a CD oldal harmadoló pontja. A telek egyik sarkában 36 m^2 alapterületű négyzet alapú ház áll. Számítsd ki a telek egyes részeinek a területét!



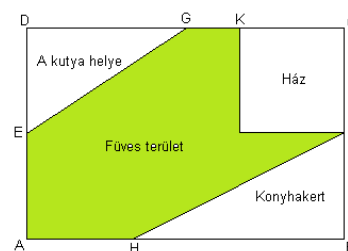
1. feladat



2. feladat



3. feladat

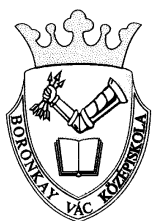


4. feladat

Beküldési határidő:
Postai cím:

2025.12.17.
Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Cs. Nagy András



**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

**2025/2026. 2. feladatsor
7.-8. évfolyam**

Érvelés, számítás, bizonyítás

A matematika nemcsak a számolásokról, hanem egyben a gondolkodás tudománya is. Nem elég ismerni a szabályokat és képleteket: a valódi kihívás az, hogy ezeket az ismereteket képesek legyünk alkalmazni, összefüggéseket felismerni és logikusan érvelni. Ez a feladatsor éppen ezért a különböző típusú feladatokra helyezi a hangsúlyt, amelyben számítási, logikai és bizonyítási kérdések is előfordulnak. Így mindenki meg tapasztalhatja, hogyan lehet rendszerezett módon gondolkodni, érveket felépíteni, és a matematikai összefüggéseket önállóan felfedezni. A feladatsor lehetőséget ad arra, hogy kreatívan és logikusan közelítsünk egy adott problémához, és ezáltal a problémamegoldó, kreatív gondolkodásunk is előtérbe kerüljön. Ilyen módon ezeken a feladatokon keresztül nem elsősorban a tudásunkat mérjük fel, hanem a matematikai gondolkodás szépségét és erejét is meg tapasztalhatjuk. Például kiemelnénk a visszafelé gondolkodást, a logikai dedukciót, vagy esetleg a kevésbé ismert invariancia elvét. Az utóbbit olyan feladatok esetében alkalmazzuk, ahol adott két helyzet, az egyiket nevezzük kiindulási a másikat pedig végső helyzetnek (vagy célhelyzetnek). Ilyenkor a megoldás során bizonyos lépéseket hajtunk végre. A kérdés pedig az, hogy véges számú lépés alkalmazásával a kezdeti helyzetből megkaphatjuk-e a végső helyzetet? Segítségünkre lehet az a tény, hogy a lépések végrehajtása során valamilyen tulajdonság változatlan marad, ezt nevezzük invariánsnak. Ha a kiindulási helyzetben és a célhelyzetben az invariáns értéke különböző, akkor a kiindulási helyzetből a célhelyzet nem érhető el véges számú lépés alkalmazásával. A feladat megoldásának kulcsa abban rejlik, hogy sikerül kiderítenünk melyik az a mennyiség, amelyet invariánsnak tekinthetünk. Ha észrevesszük ezt, akkor a feladat nagyon könnyen megoldható lesz.

Mintapéldák

- 1.) Egy apa minden pénzét gyermekeire hagyta a következő végrendelettel: a legidősebb kapjon 1000 eurót és a maradék egytizedét, a második kapjon 2000 eurót és a maradék egytizedét, a harmadik kapjon 3000 eurót és a maradék egytizedét, és így tovább. Így minden gyermek ugyanannyi pénzt kapott. Hány gyereke volt az apának? Mennyi pénzt osztottak szét a végrendelet szerint?

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

Megoldás:

Visszafelé következtetéssel gondolkodunk. Mivel az osztozkodás a legutolsó gyermeknél ért véget, ezért az ő esetében a számított maradék egytizede nulla (ellenkező esetben az osztozkodás tovább folytatódik). Ilyen módon az utolsó gyermek által kapott pénzösszeg kerek ezreseként jelent, utána pedig nulla euró maradt.

Az utolsó előtti gyermek ugyanannyit kapott, mint az utolsó, ezért érdemes megvizsgálni ennek a két gyermeknek az esetében az osztozkodás logikáját. Az utolsó gyermek az utolsó előttihez képest egy kerek ezressel kapott volna többet, viszont az utolsó előtti gyermek még megkapta a maradék egy tized részét (ez pedig az utolsó gyermek esetében nulla volt). Így az utolsó előtti gyermek esetében a maradék egy tized része 1000 euró. Tehát mielőtt az utolsó előtti gyermek megkapta volna a *maradék egytized részét* akkor összesen $10 \cdot 1000 = 10000$ euró volt még. Így az utolsó gyermek (és egyben mindegyik fejenként) 9000 eurót kapott. Visszafelé haladva az utolsó gyermek $9000 + 0$ eurót, az öt megelőző $8000 + 1000$ eurót, és így tovább, az első $1000 + 8000$ eurót örökölt. Könnyen kikövetkeztethető, hogy az apának 9 gyermeke volt és $9 \cdot 9000 = 81000$ eurót osztottak szét.

- 2.) András, Béla és Csaba arra fogadtak, hogy egy budapesti labdarugó tornán, ahol a négy résztvevő csapat az FTC, az MTK, a Vasas és a Honvéd, a következők fognak történni:

András: *A győztes vagy az FTC vagy az MTK lesz.*

Béla: *Az FTC nem lesz első.*

Csaba: *Sem az MTK, sem a Honvéd nem lesz első.*

A labdarugó torna végén kiderült, hogy pontosan az egyikük állítása lett igaz. Melyik csapat nyerte a tornát?

Megoldás:

Első módszer: Megvizsgáljuk külön-külön az állításokat:

1. feltételezés: Ha András állítása igaz, akkor a győztes az FTC vagy az MTK. Viszont ebben az esetben Béla állítása hamis, tehát az FTC az első. Mivel a Csaba állítása is hamis, ezért az MTK vagy a Honvéd az első. Tehát Béla és Csaba állítása ellentmond egymásnak.
2. feltételezés: Ha Béla mond igazat, akkor az FTC nem lehet első. Mivel András állítása hamis, ezért sem az FTC, sem az MTK nem lehet a győztes. Ugyanakkor a Csaba állítása is hamis, ezért az első helyezett az MTK vagy a Honvéd lesz. Mivel az előzőekben az MTK-t kizártuk, a győztes csak a Honvéd lehet.
3. feltételezés: Ha Csaba mond igazat, akkor sem az MTK, sem a Honvéd nem lehet az első. A Béla állítása hamis, ezért az első az FTC. Viszont az András állítása is hamis, ezért sem az FTC, sem az MTK nem lehet az első. Ez ismételt ellentmondás, így ez a feltételezés is lehetetlen.

Második módszer: Könnyebben célt érhetünk, ha elkészítünk egy úgynevezett *logikai táblázatot*. Ebben a táblázatban + jellel látjuk el azokat a csapatokat, amelyek az adott kijelentés szerint megnyerhetik a tornát.

	FTC	MTK	Vasas	Honvéd
András	+	+		
Béla		+	+	+
Csaba	+		+	

Mivel csak az egyiküknek volt igaza, ezért a negyedik oszlopban szereplő egyetlen + jel arra utal, hogy egyedül Bélának volt igaza és a Honvéd nyerte a tornát.

- 3.) A táblára felírjuk a természetes számokat 1-től 2025-ig. Azzal szórakozunk, hogy letörölünk három tetszőleges számot, és helyettük az összegüket írjuk fel. Ezt addig ismételjük, ameddig egy szám marad a táblán. Páros vagy páratlan ez a szám?

Megoldás:

Kezdetben a táblán 1013 páratlan szám van, vagyis a páratlan számoknak a száma páratlan. Ha letörölünk három tetszőleges számot, és helyettük az összegüket írjuk fel, akkor a következő esetek valamelyike lehetséges.

- Ha mindhárom szám páros, akkor az összegük is páros, így a táblán a páratlan számok száma nem változik;
- Ha két szám páros, egy páratlan, akkor az összegük is páratlan, így a táblán a páratlan számok száma nem változik;
- Ha egy szám páros, kettő páratlan, akkor az összegük páros, így a páratlan számok száma 2-vel csökken;
- Ha mindhárom szám páratlan, akkor az összegük is páratlan, így a páratlan számok száma 2-vel csökken.

A fenti gondolatmenetből kitűnik, hogy a táblán lévő páratlan számok száma mindig páratlan, mivel kezdetben páratlan volt és a későbbiekben vagy 2-vel csökkent vagy változatlan maradt. Az invariáns mennyiség Tehát a páratlan számok számának a paritása invariáns mennyiség, azaz nem változik. Tehát a táblán maradt utolsó szám páratlan lesz, hiszen minden lépésben kettővel fog csökkenni a táblán lévő számok száma.

- 4.) A hét törpe gombát gyűjtött az erdőben. A gombaszedés után mind a heten letették a földre egy sorba a kosarukat, megszámlálták a kosarukban lévő gombákat és a kapott számokat ráírták a kosarukra. Sorrendben a következő számok kerültek a kosarakra: 19; 9; 26; 8; 18; 11; 14. Mielőtt hazaindultak volna, Hófehérke átrendezte a kosarukban lévő gombákat úgy, hogy ugyanannyi gombát vigyen haza minden törpe. Az átrendezés során egy-egy kosárból csak a vele szomszédos kosárba rakott át gombákat. Legkevesebb hány gombát kellett áttennie, ha ugyanazt a gombát ugyanazon két kosár között legfeljebb egyszer tehetette át?

Megoldás:

Összesen 105 gomba és 7 kosár van. Ezért az átrendezés után minden kosárban $105:7 = 15$ gomba lesz. Az átrendezés során figyelembe kell veyük, hogy amennyiben valamelyik kosárból egy másikba gombákat helyezünk, akkor az utóbbiból már nem helyezhetünk vissza gombákat az előbbibe, mivel így megtörténhet, hogy ugyanazt a gombát tesszük át. A fentiek figyelembe vételével az átrendezés a következőképpen történhet:

- az elsőből a másodikba 4 gombát;
- a harmadikból a másodikba 2 gombát;
- a harmadikból a negyedikbe 9 gombát;
- a hatodikból a hetedikbe 1 gombát;
- az ötödikből a hatodikba 5 gombát;
- a negyedikből az ötödikbe 2 gombát.

Tehát Hófehérekének legkevesebb $4 + 2 + 9 + 1 + 5 + 2 = 23$ gombát kellett áttennie.

Gyakorló feladatok

- 1.) A rablók a zsákmányolt aranyakat a következőképpen osztották szét: a főrabló 3 aranyat és a maradék egy nyolcad részét kapta, a következő 6 aranyat és a maradék egy nyolcad részét kapta, a következő 9 aranyat és a maradék egy nyolcad részét kapta és így tovább (mindig az aranyak számát hárommal növelték és a maradék egy nyolcad részét vették). Az osztzkodás végén megállapították, hogy mindannyian egyenlően kaptak a zsákmányból. Mennyi volt a zsákmányolt arany mennyisége? Hányan voltak a rablók?
- 2.) András csütörtökön és pénteken mindig igazat mond, kedden mindig hazudik, a többi napokon véletlenszerűen mondhat igazat vagy hazudhat. Hat egymás utáni napon megkérdezték tőle, hogy mi egyetlen testvérének a beceneve? A hat egymást követő napon a válasz: Pali, Peti, Pali, Peti, Bandi, Peti volt. Hogy hívják az András testvérét?
- 3.) Egy urnában 3 piros, 5 sárga és 7 zöld golyó van. Kiveszünk taláalomra két golyót. Ha ugyanolyan színűek, akkor visszatesszük. Ha különböző színűek, akkor a harmadik színből teszünk be két golyót. Lehetséges-e, hogy több kihúzás után az urnában minden golyó ugyanolyan színű lesz?
- 4.) Józsi bácsi a következőket szokta mondani barátainak: „Mindegyik gyerekemnek annyi gyereke van, mint ahány testvére. Gyerekeim és unokáim száma együttvéve annyi, mint életéimnek a száma.” Milyen idős lehet Józsi bácsi?

Kitűzött feladatok

- 1.) Egy tanár egy tasak cukorka tartalmát a következőképpen osztotta szét tanítványai között. Az első tanulónak adott egy cukorkát és a maradék egy kilencedét, a másodiknak 2 cukorkát és az így megmaradt cukorkák egy kilenced részét, a harmadiknak 3 cukorkát és az így megmaradt cukorkák egy kilenced részét, és így tovább. A tanulók csodálkozva látták, hogy mindegyikük egyenlően kapott a cukorkákból. Hány cukorka volt eredetileg a tasakban? Hányan voltak a tanulók?
- 2.) András, Béla, Csaba és Dénes egy sakkverseny után a következőket mesélték Bettinek:
Béla: *Nem én lettem az első.*
András: *Nem Béla nyert.*
Csaba: *András nyert.*
Dénes: *Béla nyert.*
Ki nyerte a versenyt, ha a négy gyermek közül pontosan egy mondott igazat?
- 3.) Pista bácsi száz erszényébe eurókat tett, mégpedig úgy, hogy az elsőbe egyet, a másodikba kettőt, és így tovább (a századik erszénybe 100 euró került). Ahányszor elmegy a kocsmába mindig összeönti két tetszőlegesen választott erszény tartalmát, majd ebből elkölt 2 eurót pálinkára. Teszi mindezt addig, amíg egy erszénybe kerül az összes euró. Páros vagy páratlan számú euró lesz az utolsó erszényben?
- 4.) Mari néni a piacon tojásokat árul, néhány kosarában tyúktojás van, a többiben kacsatojás. Az egyes kosarakban a tojások száma 4, 6, 12, 13, 22 és 29. Mari néni így morfondírozik: „Ha ezt a kosarat eladom, akkor pontosan kétszer annyi tyúktojásom lesz, mint kacsatojásom”. Melyik kosárra gondolt Mari néni?

Beküldési határidő: **2025.12.17**
Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt