

**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

**2025/2026. 3. feladatsor
5.-6. évfolyam**

„Rákmódszer”

A rákmódszer a matematikai problémamegoldás egyik különösen hatékony és gyakran alkalmazott stratégiája, amelynek lényege, hogy a feladatot nem a kiindulóponttól kezdjük el megoldani, hanem a végső állapotból indulunk ki, és onnan haladunk visszafelé. A módszer neve arra utal, hogy „rák módjára” hátrálunk: ahelyett, hogy előre felé próbálnánk megérteni a műveletek sorrendjét, inkább visszafejtjük azokat. Ez a technika különösen hasznos olyan szöveges és logikai feladatoknál, ahol a műveletek egymásra épülnek, és a megoldás előre felé túl bonyolultnak tűnne. A rákmódszer segítségével könnyebben átláthatóvá válik a feladat szerkezete, hiszen minden lépést az ellenkező művelettel vonunk vissza. Így nemcsak gyorsabban juthatunk el a helyes megoldáshoz, hanem jobban megértjük a feladat logikáját is. A módszer fejleszti a gondolkodást, és segít abban, hogy rugalmasabban kezeljük a matematikai problémákat.

Mintapéldák

- 1.) Gondoltam egy számot, levontam belőle 36-ot, amit kaptam osztottam 10-zel. Az eredményt csökkentettem 9-cel, majd a kapott szám tizedéhez hozzáadtam egyet, végül az eredményt megszoroztam 5-tel, így 100-at kaptam. Melyik ez a szám?

Megoldás:

Számoljunk visszafelé!

- Ha a végén nem szoroztunk volna öttel, akkor a 100 ötöde, azaz 20 lett volna az eredmény,
- ha nem adtam volna hozzá 1-et, akkor annál eggyel kevesebb, tehát 19 lenne,
- ha nem vettem volna a tizedét, akkor a 10-szerese 190 lenne,
- ha nem csökkentettem volna 9-cel, akkor $190 + 9 = 199$ lenne,
- ha nem osztottam volna 10-zel, akkor ismét a 10-szerese, azaz 1990 lenne,
- s végül ha nem vontam volna le belőle 36-ot, akkor 2026 lenne. Így a gondolt szám 2026.

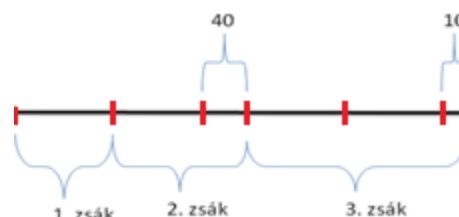
- 2.) Három zsákban összesen 190 kg cukor van. A másodikban 40 kg-mal több van, mint az elsőben, a harmadikban pedig az első kétszeresénél 10 kg-mal több. Hány kg cukor van az egyes zsákokban?

A feladatsort összeállította:
Cs. Nagy András

Megoldás:

A feladat értelmezésénél sokszor segít egy jó rajz elkészítése. A rajzról leolvasható, hogy a 190 kg cukor az első zsák négyszeresénél 50 kg-mal több. Így visszafelé gondolkodva, az első zsák négyszerese $190 - 50 = 140$. Ennek negyedrésze pedig $140 : 4 = 35$. Így az első zsákban $(190 - 50) : 4 = 35$ (kg) cukor van.

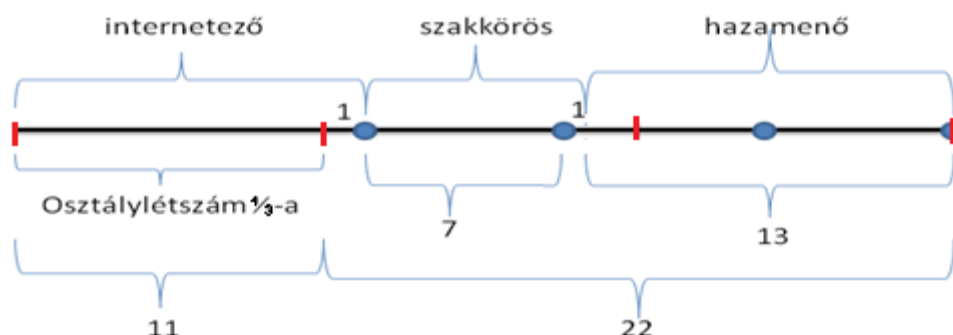
A másodikban 75 kg, a harmadikban 80 kg cukor van.



- 3.) Tanítás után az osztály 1 harmad része és még egy tanuló internetezni készül, a maradék 1 harmad része és még egy tanuló szakkörre ment. A többi 13 tanuló haza indult. Mennyi az osztály létszáma?

Megoldás:

Ismét készítsünk rajzot! A végéről kiindulva $13 + 1 = 14$ tanuló az utolsó maradék kétharmad része. Ezért ennek 14 diáknak a fele az egyharmad rész, ami 7 diák. Így szakkörre ez a 7 tanuló és még 1 tanuló, azaz összesen 8 ment. Az osztály létszámának egy hóján a kétharmad része $(13 + 8)$ ment szakkörre, vagy haza. Ez összesen 21 tanuló. Az osztály tanulóinak kétharmad része $(21 + 1)$ 22 fő, internetezni ennek a fele (11) készül. Az osztály létszáma tehát 33 fő.



Gyakorló feladatok

- 1.) Zsuzsi leírt a papírra egy számot és átadta Katinak. Kati elvett belőle 20-at, az eredményt leírta egy újabb papírra és átadta Zolinak. Zoli ezt számot osztotta 4-gyel, s a kapott számot egy újabb lapra írta, melyet Lacinak adott. Laci hozzáadott 30-at, az eredményt ő is leírta egy új papírra és átadta Beának. Bea megszorozta 2-vel, s 100-at kapott. Melyik számot írta Zsuzsi a papírra?
- 2.) Nyuszika kapott Micimackótól egy kosár sárgarépat. Első nap mohó volt és megette a répák felét. Második nap a megmaradt répák felét, a harmadik napon a maradék kétharmadát. Így a negyedik napra már csak 3 répája maradt. Hány répat kapott Nyuszika?
- 3.) Az osztálykiránduláson az egyik gyerek az első napon elköltötte a zsebpénzének a felét és még 200 Ft-ot, a másodikon a maradék felét és még 100 Ft-ot. Így már csak 200 Ft-ja maradt a harmadik napra. Mennyi pénzzel indult a kirándulásra?

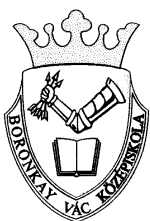
Kitűzött feladatok

- 1.) Peti egy műveletsor eredményét kiszámítva 250-et kapott. Később rájött, hogy az utolsó műveletben 5-tel szorozott 5-tel való osztás helyett, az utolsó előttiben (-5)-et hozzáadott (- 5) kivonása helyett. Melyik számot kapta volna eredményül, ha az utolsó két műveletet helyesen végzi el?
- 2.) Egy apa legidősebb fiának adta pénzének $\frac{2}{3}$ - részét, a másodiknak a megmaradt pénz $\frac{3}{4}$ - részét, a harmadiknak a még megmaradt 135 eurót. Hány eurója volt az apának eredetileg?
- 3.) Gábornak kétszer annyi kisautója van, mint Ferinek. Balázs autóinak száma pedig Gábor autóinak háromszorosánál 2-vel kevesebb. Mikor összeadták ezek számát, Ákos felkiáltott: nekem 53 autóm van, és a tietek együtt ennek pontosan a kétszerese. Hány darab autójuk van a fiúknak külön-külön?
- 4.) Laci, Kati és Peti anyukája néhány almát rakott az asztalra, és azt mondta, hogy amikor hazajönnek, osszák el egyenlően az almákat. Először Laci érkezett haza, s elvette az almák harmadát, majd elment focizni. Később Kati jött haza, ő is elvitte az asztalon talált almák harmadát, majd sietett a könyvtárba. Végül Peti is megérkezett, ő is eltette az asztalon lévő almák harmadát, 4 db-ot.
 - a) Hány almát tett anyukájuk az asztalra?
 - b) Ki vette el pontosan a neki járó részt?
 - c) Kinek jár a legtöbb alma még?

Beküldési határidő: **2026.02.07.**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Cs. Nagy András



**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4-6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu>

e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

**2025/2026. 3. feladatsor
7.-8. évfolyam**

Arányosságok, törtrészek, százalékok

A mennyiségek törtrészekre bontása, valamint az arányok vizsgálata a matematika egyik legősibb és legfontosabb területe. Már az ókorban felismerték, hogy az egész és annak részei közötti kapcsolat pontos leírása nélkülözhetetlen mind a kereskedelem, mind a gazdasági számításokban. A százalék, mint egységes viszonyítási forma lehetővé teszi különböző mennyiségek összehasonlítását, változások követését és összetett folyamatok áttekinthető modellezését.

A mindennapi élet számtalan területén találkozunk olyan helyzetekkel, ahol egy mennyiség csak valamely hányadában, meghatározott százalékában vagy arányos részében jelenik meg. Ilyen problémák fordulnak elő a pénzügyekben, a statisztikában, a termelésben, a közlekedésben vagy akár a természettudományokban is. A százalékos változások és az arányok elemzése nélkül nem érthetők meg az árváltozások, az átlagok alakulása, a megoszlások vagy a növekedési folyamatok.

A matematikában az ilyen jellegű feladatok nem csupán számolási rutint igényelnek, hanem logikus gondolkodást, algebrai modellezést és az egészrész-törtrész viszonyának pontos értelmezését is. A törtrészekkel, arányokkal és százalékokkal kapcsolatos problémák megoldása ezért kiemelt szerepet játszik a gondolkodás fejlesztésében, különösen akkor, amikor több feltétel együttes figyelembevételére van szükség.

Mintapéldák

- 1.) Bandi bácsi tanyáján tyúkok, libák, kacsák és pulykák vannak. A tyúkok száma fele, a libák száma $\frac{1}{3}$ - része, a kacsák száma pedig 25% - a a többi fajta baromfi számának. Határozzuk meg az udvaron lévő baromfiok számát, ha tudjuk, hogy 390 pulyka van!

Megoldás:

Próbáljuk meghatározni, hogy a különböző szárnyasok az összes baromfi hányad részét képezik! Mivel a tyúkok száma fele a többi baromfi számának, ezért a tyúkok és a többi baromfi aránya 1 : 2. Tehát a teljes baromfiállomány $\frac{1}{3}$ részét a tyúkok alkotják. Hasonlóan okoskodva a teljes baromfiállomány $\frac{1}{4}$ részét a libák, valamint 20%-át, azaz $\frac{1}{5}$ részét pedig a kacsák alkotják. Tehát a tyúkok, libák és kacsák összesen a teljes baromfiállomány $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60}$ részét képezik. Ebből következik, hogy a 390 pulyka az összes baromfi számának a $\frac{60}{60} - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$ része. Következik, hogy az udvaron összesen $390 : \frac{13}{60} = 1800$ baromfi van.

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

- 2.) Pista bácsi és Józsi bácsi juhokat tenyésztene. Pista bácsinak 75-tel több juha van, mint Józsi bácsinak. Pista bácsi eladja az állományának 20%-át és még 10 juhot, míg Józsi bácsi megnöveli az állományát 10%-kal és még vásárol 20 juhot. Így a két gazdának egyenlő számú állománya lesz. Mennyi juha volt a két gazdának kezdetben külön-külön?

Megoldás:

Legyen kezdetben a Józsi bácsi juhainak száma x , ekkor Pista bácsinak a feladat feltételei szerint $x + 75$ juha van. A változások után felírjuk a két gazda állományát kifejező mennyiségeket. Pista bácsi eladja juhainak 20%-át, vagyis az állományának 80%-a marad meg. Majd ebből még 10 juhot is elad, így neki végül $0,8(x + 75) - 10$ juha marad. Józsi bácsi viszont 10%-kal növeli az állományát, majd még 20 juhot vásárol, tehát az ő végső állománya $1,1x + 20$ darabból fog állni.

A feladat szerint a változások után a két gazdának ugyanannyi juha van, ezért a két kifejezés egyenlőségéből adódik az $0,8(x + 75) - 10 = 1,1x + 20$ egyenlet. Ezt átrendezve és megoldva adódik, hogy $x = 100$. Tehát kezdetben Józsi bácsinak 100, Pista bácsinak pedig 175 juha volt.

- 3.) Öt termék árának átlaga 300 euró. A legdrágább termék háromszor annyiba kerül, mint a legolcsóbb. A legdrágább termék árát 30%-kal, a legolcsóbb árát 20%-kal, míg a másik három termék árát 10%-kal növeljük. A módosítás után az öt termék árának átlaga 358 euró lesz. Kezdetben mennyibe került a legdrágább, illetve a legolcsóbb termék?

Megoldás:

Jelöljük a legolcsóbb termék kezdeti árát x -szel. Mivel a legdrágább termék kezdetben háromszor annyiba kerül, mint a legolcsóbb, ezért ennek a kezdeti ára $3x$. Tudjuk, hogy kezdetben az öt termék árának átlaga 300 euró, ezért az áraik összege $5 \cdot 300 = 1500$ euró. Ebből következik, hogy a másik három termék árának összege $1500 - 4x$.

Az áremelések után a legdrágább termék $1,3 \cdot 3x = 3,9x$ euróba, a legolcsóbb termék $1,2 \cdot x$ euróba, míg a másik három termék összesen $1,1 \cdot (1500 - 4x)$ euróba kerül. Az új átlag 358 euró, tehát végül az öt termék árának összege $5 \cdot 358 = 1790$ euró. Az új árak összegét egyenletben felírva $1,2x + 3,9x + 1,1 \cdot (1500 - 4x) = 1790$. Az egyenletet megoldva $x = 200$, így kezdetben a legolcsóbb termék 200 euróba, míg a legdrágább termék 600 euróba kerül.

- 4.) Jancsi bácsi a piacon tojásokat árul. Mivel az országban infláció van, ezért ő is megpróbál kidolgozni egy megfelelő eladási stratégiát. A tojás árát az első hónapban 2%-kal emeli, majd a következő hónapban akciósan 1%-kal csökkenti. A rákövetkező hónapban 3%-kal emeli, majd utána rá egy hónapra 2%-kal csökkenti, mindig az előző hónapi árhoz viszonyítva. Az eljárást ugyanígy folytatja, a folyamatos emelések és csökkentések ütemét havonta egy-egy százalékkal növelve. Kezdetben a tojás ára 80 forint volt.
- Mennyibe kerül egy tojás 8 hónap múlva? Ez hány százalékos drágulást jelent a kezdeti árhoz viszonyítva?
 - Elérhető, hogy bizonyos idő múlva a termék ára 0 forint legyen, azaz egyik hónapban ingyen árulja a tojást? Ha igen akkor hányadik hónapban?

Megoldás:

- a) Mivel az első hónapban az árat 2%-kal növelte, ezért az új ár $80 \cdot 1,02 = 81,6$ forint. A következő hónapban az aktuális árat 1%-kal csökkentette, így a tojás $81,6 \cdot 0,99 \approx 80,8$ forintba kerül. A következő hónapban, a 3%-os áremelés után a tojás $80,8 \cdot 1,03 \approx 83,2$ forintba kerül. Az eljárást ilyen módon folytatva észrevehető, hogy a tojás ára havonta „fűrészfog” alakban növekszik a kezdeti árhoz képest, tehát Jancsi bácsi áremelési stratégiája látszólag nagyon jól működik. Ilyen módon, a számításokat egy műveletsorban felírva, a tojás ára 8 hónap múlva:
 $80 \cdot 1,02 \cdot 0,99 \cdot 1,03 \cdot 0,98 \cdot 1,04 \cdot 0,97 \cdot 1,05 \cdot 0,96 \approx 82,9$ forint lesz. Ez a kezdeti árnak a $82,9:80 \cdot 100 = 103,6\%$ -a lesz, vagyis egy 3,6%-os áremelést jelent a kezdeti árhoz viszonyítva.
- b) Egy szorzat értéke akkor lesz 0, ha az egyik tényezője 0. Mivel az emelések szorzói mindig nagyobbak 1-nél (például, 1,02; 1,03; ...), az ár csak egy csökkentési lépésnél válhat nullává. A csökkenés mértéke a páros hónapokban 1%, 2%, 3% és így tovább. A gondolatmenet alapján a 100. páros hónapban a csökkenés mértéke az előző hónaphoz képest 100% lesz, vagyis ebben a hónapban az előző hónapi ár lenullázódik. Ez a 200. hónapban fog megtörténni, amely a 100. páros hónapot jelenti.

Gyakorló feladatok

- 1.) János gazda az első napon fölszántotta földterületének az egyharmadát, a második napon pedig a még szántatlanul maradt terület 20%-át. A 3. napon a megmaradt szántatlan terület 75%-át és még 32 hektárt szántott fel. Így a harmadik nap végén 64 hektár szántatlan terület maradt. Mekkora földterülete van János gazdának?
- 2.) Marcsi és Julcsi egy könyvet akarnak vásárolni. Julcsinak a pénze a könyv árának 75%-ával, míg a Marcsi pénze a könyv árának 80%-ával egyenlő. Együtt megvásárolják a könyvet, és még marad 1320 forintjuk. Hány forintba kerül a könyv?
- 3.) Egy raktárban háromféle terméket tárolnak. Az A termék 10 euróba, a B termék 5 euróba, a C termék 20 euróba kerül. A második termék a teljes készlet 25%-át jelenti. Az infláció hatására az A termék ára 10%-kal, a B termék ára 20%-kal, míg a C termék ára is 20%-kal nő. Az árváltozás hatására a teljes állomány összértéke 18%-kal nőtt. A teljes készlet hány százalékát alkotja a B, illetve C termék külön-külön?
- 4.) Egy trópusi összkomfortos hotelszobában 75 darab kaméleon tartózkodik, mindegyik vagy zöld, vagy kék. Ha a zöld kaméleonok 25%-a kékre változtatja a színét, akkor a szobában lévő kaméleonok 60%-a százaléka kék lesz. Hány kék és hány zöld kaméleon volt eredetileg a szobában?

Kitűzött feladatok

- 1.) Jánosnak ötször annyi juha volt, mint Imrének. János juhainak a 15%-át és még 50 juhot Imrének adott, így most Jánosnak kétszer annyi juha van, mint Imrének. Hány juha volt kezdetben Jánosnak és Imrének külön-külön?
- 2.) András bácsi és Béla bácsi polgármester jelöltként indulnak Békabrekkenyében. A szavazáson a település lakosságának 85%-a vett részt. A polgármester választást András bácsi nyerte úgy, hogy a szavazatok 52%-át szerezte meg, Béla bácsi pedig a 48%-át, érvénytelen szavazat nem volt. Az otthonmaradók 68%-a Béla bácsira, míg a többiek András bácsira szavaztak volna, ha megjelennek a választáson. A jegyző kiszámolta, hogy abban az esetben, ha mindenki részt vett volna a választáson, akkor Béla bácsi 260 szavazat előnnyel nyert volna. Hány szavazásra jogosult polgár él Békabrekkenyében?
- 3.) Egy iskolában a fiúk számának 20%-a a lányok számának 30%-val egyenlő. Egy iskolai teszten a lányok pontszámainak átlaga 360 pont, míg az iskolai átlag 330 pont volt. Mennyi volt a fiúk pontszámainak átlaga?
- 4.) Pista bácsi bárány és sertésenyésztéssel foglalkozik. Egy bárány piaci értéke 5 tallér, egy sertés piaci értéke 15 tallér. Mivel a nemzetközi infláció egyre fokozódik, ezért Pista bácsi a bárányok árát 10%-kal, a sertések árát pedig 20%-kal növelte. Ezek után arra a következtetésre jutott, hogy a teljes állatállomány összértéke 18,75%-kal nőtt. Határozzuk meg, hogy az állomány hány százalékát alkotják a bárányok, illetve a sertések?

Beküldési határidő: **2026.02.07.**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt